

Förderung und Diagnose im Mathematikunterricht – Begriffe, Planungsfragen und Ansätze

Uta Häsel-Weide & Susanne Prediger

Webversion des Beitrags Häsel-Weide, Uta & Prediger, Susanne (2017). Förderung und Diagnose im Mathematikunterricht – Begriffe, Planungsfragen und Ansätze. In Maike Abshagen, Bärbel Barzel, Jürg Kramer, Thomas Riecke-Baulecke, Bettina Rösken-Winter & Christoph Selzer (Hrsg.). Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten mit Beiträgen für den Primar- und Sekundarstufenbereich: Seelze: Friedrich / Klett Kallmeyer, 167-181

Zusammenfassung: Unterrichtsrelevante Diagnose muss stets im Hinblick auf die Förderung geplant werden, Förderung auf der Basis von Diagnose. Ausgangspunkt sind dabei inhaltliche Planungsfragen über die angestrebten Lernziele und Kompetenzen. Mithilfe von Lernausgangslagen-, Lernprozess- und Lernergebnisdiagnosen kann dann die Förderung möglichst fokussiert gestaltet werden, d.h. fachdidaktisch treffsicher und adaptiv. Der Beitrag stellt die entsprechenden Kategorien, Planungsfragen und Ansätze vor und konkretisiert sie mit Beispielen aus der Unterrichtspraxis mit Bezug auf Schwierigkeiten und besonderen Potentialen beim Mathematiklernen.

1. Zentrale Begriffe und Prinzipien

Das Begriffspaar Diagnose und Förderung ist seit einigen Jahren in aller Munde und soll dazu beitragen, dass Unterricht sich stärker an den individuellen Bedarfen der einzelnen Lernenden orientiert. Die Grundidee ist klar und treffend: Nur wer ein realistisches Bild von dem hat, was die jeweiligen Lernenden wissen und können, kann sie adaptiv fördern. Adaptivität ist dabei das Qualitätskriterium, das die Passung zwischen Lernvoraussetzungen und Lernangebot beschreibt (Helmke 2010, S. 247). Dazu sind förderbezogene Diagnosen notwendig, durch die „bei einzelnen Lernenden und den in einer Gruppe Lernenden Voraussetzungen und Bedingungen planmäßiger Lehr- und Lernprozesse ermittelt, Lernprozesse analysiert und Lernergebnisse festgestellt werden, um individuelles Lernen zu optimieren“ (Ingenkamp & Lissmann 2005, S. 13).

Die Förderung kann allerdings nicht direkt aus der Diagnose abgeleitet werden. Diagnose beschreibt einen Ist-Zustand und erfasst nur, was gezielt gefragt wird; ihr liegt somit eine Entscheidung über Diagnoseinhalte zugrunde. Dagegen erfolgt die Förderung stets auf einen Soll-Zustand hin; dieser muss zunächst auf der Basis fachdidaktischen Wissens über zentrale oder nächste Ziele und eine sinnvolle Abfolge von gewählten Förderinhalten formuliert werden (Moser Opitz 2010; Wember 1998). Zudem sind fachdidaktische Überlegungen anzustellen, wie der Soll-Zustand erreicht werden kann, also auf welche Weise und mit welchen Aufgaben gefördert werden soll.

Ein fachdidaktisch fundiertes Zusammenspiel von Diagnose und Förderung ist nur möglich, wenn im Zentrum die zu erwerbenden mathematischen Kompetenzen stehen sowie die bekannten typischen Hürden, die Lernende beim Erwerb dieser Kompetenzen überwinden müssen. Daraus ergeben sich folgende Prinzipien, entlang derer der Beitrag strukturiert wird:

- Ausgangspunkt aller Überlegung sind inhaltliche Planungsfragen. Diagnosen und Förderungen werden stets auf die spezifizierten Inhalte hin vorgenommen. (→ Abschnitt 2: Fachlicher Inhalt als Ausgangspunkt)
- Eine fokussierte Förderung kann in unterschiedlichen Settings mit verschiedenen Zielen und unterschiedlichen Zielgruppen durchgeführt werden. Damit sie wirkt, sollte sie stets fachdidaktisch treffsicher sein. (→ Abschnitt 3: Fokussierte Förderung)
- Die Treffsicherheit der Förderung kann durch eine zielgerichtete Diagnose unterstützt werden. Dabei sollten Diagnoseinstrumente passgenau zum Diagnoseziel ausgewählt und kompetent ausgewertet werden. (→ Abschnitt 4: Zielgerichtete Diagnose)

2. Fachlicher Inhalt als zentraler Ausgangspunkt aller Diagnose und Förderung

Zentraler Dreh- und Angelpunkt für Diagnose und Förderung sind die mathematischen Vorstellungen und Kompetenzen, die aufgebaut werden sollen. „Zielentscheidungen lassen sich nicht empirisch begründen, sondern nur normativ legitimieren, d.h., ich muss zeigen können, dass meine Ziele zu akzeptierten vorgeordneten Normvorstellungen kompatibel sind“ (Wember 1999, S. 280). Das kann nicht generell, sondern nur bezogen auf einzelne Lernziele und Inhalte erfolgen.

Tabelle 1: Wichtige Planungsfragen für Förderung und Diagnose in unterschiedlichen Phasen

Planungsschritt	Mit Blick auf die Klasse	Mit Blick auf spezifische Schwierigkeiten und Potentiale von Lernenden
Spezifizierung der Inhalte von Förderung und Diagnose	<ul style="list-style-type: none"> • Über welche inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen sollen welche Lernenden verfügen? • Welche inhaltlichen Vorstellungen sollen aufgebaut, welche Darstellungen eingeführt werden? • Welche Begriffe, Vorgehensweisen und Verfahren sollen die Lernenden erarbeiten? • Welche typischen Schwierigkeiten werden voraussichtlich auftauchen, die berücksichtigt werden müssen? (evtl. nicht alle Fragen für jedes Thema relevant)	Bzgl. Schwierigkeiten: <ul style="list-style-type: none"> • Welche Verstehensgrundlagen sind für das Thema relevant? • Welches Lernangebot für zieldifferent unterrichtete Lernende ist thematisch passend? Bzgl. mathematischen Potentialen: <ul style="list-style-type: none"> • Welche anspruchsvollen kognitiven Aktivitäten können im selben Thema geplant werden? • Welche Möglichkeiten zur Vernetzung, Vertiefung und Erweiterung bieten sich?
Lernausgangslagediagnose	<ul style="list-style-type: none"> • Über welche inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen verfügen welche Lernende bereits? • Welche intuitiven Vorerfahrungen zu inhaltlichen Vorstellungen, Begriffen, Vorgehensweisen und Verfahren lassen sich bei wem aktivieren? 	Bzgl. Schwierigkeiten: <ul style="list-style-type: none"> • Welche Verstehensgrundlagen müssen im Vorfeld ausgleichend gefördert werden? • Wie lässt sich für zieldifferent Unterrichtete thematisch anschließen? Bzgl. mathematischen Potentialen: <ul style="list-style-type: none"> • Welche themenübergreifenden und spezifischen Potenziale zeigen sich bei wem, und wie können Freiräume dafür geschaffen werden?
Durchführung der Förderung / des Unterrichts und begleitende Lernprozessdiagnose	<ul style="list-style-type: none"> • Welche inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen zeigen die Lernenden? • Welche Vorstellungen, Vorgehensweisen, Ideen, Schwierigkeiten zeigen sich in der Klasse? Wie können diese für alle nutzbar gemacht werden? 	Bzgl. Schwierigkeiten: <ul style="list-style-type: none"> • Wie können Verstehensprozesse durch weitere Materialien und Angebote unterstützt werden? Welche Aktivitäten können in den Unterricht integrierend angeboten werden? • Welche (Fehl-)Vorstellungen müssen genauer diagnostiziert werden? Bzgl. mathematischen Potentialen: <ul style="list-style-type: none"> • Welche themenübergreifenden und spezifischen Potenziale zeigen sich im Prozess, und wie lassen sie sich stärken? • Welche anspruchsvollen kognitiven Aktivitäten (z.B. problemlösende oder vernetzende) lassen sich weiter stärken?
Lernergebnisdiagnose und Reflexion der Förderung	<ul style="list-style-type: none"> • Welche inhaltlichen Vorstellungen, Begriffe, Vorgehensweisen und Verfahren haben welche Lernenden bis zu welchem Grad entwickelt? • Inwieweit wurden die (unterschiedlichen) Ziele erreicht? • Welche Schwierigkeiten und Fehler müssen noch überwunden werden? • Inwieweit wurden die Lernenden gefördert? Welche Aktivitäten erwiesen sich als besonders produktiv? 	Bzgl. Schwierigkeiten: <ul style="list-style-type: none"> • Welche Verstehensgrundlagen konnten aufgebaut werden? Welche Fördermaßnahmen sollten sich anschließen? Bzgl. mathematischen Potentialen: <ul style="list-style-type: none"> • Welche Querverbindungen/Vernetzungen wurden gezogen? • Wie können die Aktivitäten wertgeschätzt werden?

Unterschieden werden Diagnosen nach ihren Zeitpunkten in Lernausgangslagen-, Lernprozess-, und Lernergebnisdiagnosen (Hußmann et al. 2007). Während Lernergebnisdiagnosen in Hausaufgaben und Klassenarbeiten traditionell etabliert sind, sind in Bezug auf treffsichere Förderung auch die Lernausgangslagen- und die fortgesetzte Prozessdiagnostik hoch bedeutsam (Wember 1998; Moser Opitz & Nührenböcker 2015). Ihnen voran gehen muss eine Spezifizierung der Inhalte von Förderung und Diagnose, die im Fokus je nach Zeitpunkt variiert werden, wie die Zeilen in Abbildung 1 zeigen.

Das Wort Förderung wird dabei nicht nur mit Blick auf **Lernende mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen** verwendet, sondern für alle (die Universität etwa spricht von Nachwuchsförderung). Denn die zuweilen übliche dichotome Unterscheidung in Fordern und Fördern führt allzu leicht zur Vernachlässigung der mittleren Leistungsniveaus, doch das Recht auf individuelle Förderung gilt für jeden jungen Menschen (Schulgesetz NRW 2005, §1). Gleichzeitig müssen auch alle Lernende gefordert werden, denn fördern bedeutet, an *alle* auch Anforderungen zu stellen (Scherer 1994, S. 772) und zwar individuell adaptiv, d.h. passend zu den jeweiligen (aktuellen und intendierten) Lernständen.

Beispiel 1 Vorkenntnisse einbeziehen beim Flächeninhalt: In der 5. Klasse steht die Flächeninhaltsberechnung an. Frau Reckenstein überlegt, welche Kompetenzen die Kinder erwerben sollen und welche Voraussetzungen notwendig sind. Neben den geometrischen Begriffen müssen die Kinder am Ende den Unterschied zwischen Fläche und Umfang kennen, darauf will Frau Reckenstein in der Lernprozessdiagnose bereits achten. Wichtige Voraussetzung für die Flächeninhaltsberechnung ist die räumlich simultane Grundvorstellung der Multiplikation im Punktefeld. Da Frau Reckenstein aus der Literatur weiß, dass nicht alle Kinder über diese Verstehensgrundlage verfügen, stellt sie entsprechende Aufgaben zusammen, die sie von Kindern in den letzten 15 Minuten der vorangehenden Unterrichtseinheit bereits bearbeiten lässt. Die Auswertung zeigt, dass tatsächlich ein Teil der Kinder nur eine sehr eingeschränkte Vorstellung der Multiplikation hat. Den Einstieg in die Flächeninhaltsberechnung gestaltet sie daher nicht nur handlungsorientiert mit Auslegen von Bierdeckeln, sondern nutzt die Bierdeckel vor allem, um multiplikative Strukturierungen zu wiederholen: In das 3×5 Rechteck passen drei 5er Reihen von Deckeln oder auch fünf 3er Reihen. Das Einüben dieser Sprechweisen hilft den Kindern, die Rechnung mit der Strukturierung zu verknüpfen.

Wie Beispiel 1 zeigt, sind bei der Planung von Unterricht sowohl Planungsfragen zur Spezifizierung der Förder- und Diagnoseinhalte mit Blick auf die gesamte Klasse, als auch mit Blick auf spezifische Lernende zu bedenken. In Abbildung 1 werden deshalb Fragen mit Blick auf die gesamte Klasse sowie in der dritten Spalte mit Schwerpunkt auf **Schwierigkeiten und Potentiale** gestellt. Während bei Schwierigkeiten beim Mathematiklernen auf die Verstehensgrundlagen fokussiert werden muss, sind bei mathematischen Potentialen breitere Vernetzungen und facettenreiche Öffnungen anzuregen (ausführlicher dazu in Abschnitt 3.3).

Natürlich gibt es auf die Fragen in Abbildung 1 keine allgemeingültigen Antworten. Sie dienen stattdessen als Planungsfragen für jedes einzelne Thema, für die Lehrkräfte in Fortbildungen exemplarisch sensibilisiert werden sollen und die auch in Unterrichtsbeobachtungen immer wieder relevant werden. Eine Spezifizierung der relevanten Förderinhalte und notwendigen Voraussetzung können auch sehr erfahrene und fachdidaktisch sensible Lehrkräfte nur begrenzt aus ihrer eigenen Erfahrung ziehen. Dies ist genau die Stelle, zu der fachdidaktische Forschung und Entwicklung Substantielles beizutragen hat, indem sie zentrale Vorstellungen und Darstellungen sowie typische Schwierigkeiten und Hürden beim Lernen für sehr viele mathematische Themengebiete systematisch katalogisiert hat. Für eine erste Annäherung und diesbezügliche Literaturschließung können die themenspezifischen Artikel dieses Buches herangezogen werden.

3. Fokussierte Förderung

Eine Förderung kann in unterschiedlichen Organisations- und Sozialformen umgesetzt werden, als Einzelförderung oder Kleingruppenförderung, im Förderband oder als unterrichtsintegrierte Förderung im regulären Mathematikunterricht. Unterrichtsintegrierte Förderangebote zielen dabei insbesondere darauf, die Lernenden bei der Bearbeitung und Überwindung stofflicher Hürden im Lernprozess zu unterstützen (vgl. Häsel-Weide & Nührenbörger, 2013).

Beispiel 2 - Unterrichtsintegrierte Förderung beim quasi-simultanen Anzahlerfassen: Herr Harkte verwendet im ersten Schuljahr viel Zeit darauf, dass die Kinder die Anzahlen quasi-simultan, d.h. auf einen Blick erfassen, da er weiß, dass dies eine entscheidende Kompetenz auf dem Weg zum nicht-zählenden Rechnen ist. Er setzt bewusst auch im 2. Schulhalbjahr bei der Darstellung von Additions- und Subtraktionsaufgaben am Punktfeld immer wieder Aktivitäten ein, die Kinder herausfordern, die Anzahlen zunächst quasi-simultan zu erfassen und dann zu verändern. Wenn die Kinder an der Arbeit sind, nimmt er sich Zeit zu beobachten, wie Lea, Selenay und Timo, die Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zeigen, die Anzahlen im Punktfeld erfassen. Wenn er sieht, dass die Kinder die Punkte einzeln abzählen, gibt er Impulse zur strukturierten Anzahlerfassung.

Unabhängig von der Organisationsform besteht die grundlegende Notwendigkeit, die Förderung an fachdidaktisch-inhaltlichen Überlegungen auszurichten. Fördermaßnahmen im Mathematikunterricht sind stets darauf auszurichten, dass die Lernenden vielfältige Gelegenheiten erhalten, grundlegende mathematische Zusammenhänge zu erkennen, zu verstehen und miteinander zu vernetzen. *Fokussierte Förderung* lässt sich definieren durch zwei zentrale Qualitätskriterien und zugehörige Fragen:

- 1. *Fachdidaktische Treffsicherheit:* Welche Förderinhalte sind gemäß der fachdidaktisch-empirischen Forschung zentral, z.B. um mögliche Hürden zu überwinden?
- 2. *Adaptivität:* Wie gut ist die Förderung der zentralen Förderinhalte auf die individuellen Lernbedarfe der Einzelnen abgestimmt? (Leuders & Prediger 2016, S. 34)

Von fokussierter Förderung statt von individueller Förderung wird gesprochen, um das Missverständnis zu vermeiden, individuelle Förderung sei stets verbunden mit einer Eins-zu-Eins-Betreuung (denn das ist kein realistisches Szenario und auch nicht zwangsläufig die beste Förderform) oder mit vollständiger methodischer Individualisierung (denn wenn diese Sozialform verabsolutiert wird, ist die für Mathematiklernen so wichtige Kommunikation bedroht, vgl. Häsel-Weide & Nührenbörger 2013). Beide Sozialformen gewähren nicht per se, dass die Förderung inhaltlich treffsicher ist, denn das hängt von den Förderinhalten und ihrer Adaptivität zu den Lernenden ab.

Fachdidaktische Treffsicherheit und Adaptivität der Fokussierung sind zum einen durch die gezielte Planung und geeignete Lernausgangs- und Prozessdiagnosen zu erreichen (vgl. Abschnitt 2), zum anderen muss sie Hintergrundwissen über spezifische Schwierigkeiten und Potentiale beim Mathematiklernen einbeziehen, das in den zwei folgenden Unterabschnitten vorgestellt und im dritten synthetisiert wird.

3.1 Fokussierte Förderung von Lernenden mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Lernangebote für Lernende mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen, sind oft geprägt von einer Ausrichtung auf Fertigkeiten und Verfahren („Hauptsache, die können rechnen“), dem Prinzip der kleinen Schritte und einer starken Reduktion der kognitiven Anforderungen (Scherer 1994; Scherer & Moser Opitz 2010). Diese Simplifizierungsstrategien erzeugen zwar kurzfristig einen reibungslosen Unterricht, aber entziehen den Lernenden die für sie notwendige Förderung, mit der sie die notwendigen Verstehensgrundlagen aufbauen können. Gerade Lernende mit Schwierigkeiten brauchen Anregungen zum Aufbau von inhaltlichen Vorstellungen (Gaidoschik 2010; Prediger 2009) und eines Beziehungssystems, da es ihnen oftmals schwerfällt, von sich aus mathematische Zusammenhänge zwischen Zahlen

und Operationen zu sehen. Inhaltliche Vorstellungen und mathematische Beziehungen sind jedoch der bedeutungstragende Kern der Mathematik.

Insbesondere in der Sekundarstufe zeigt sich, wenn Lernende keine grundlegenden Kompetenzen in den Verstehensgrundlagen aufgebaut haben (Häsel-Weide & Nührenbörger 2013; Moser Opitz 2007). So haben zum Beispiel Probleme im Verständnis negativer Zahlen oder von Dezimalbrüchen ihre Ursache möglicherweise darin, dass die Lernenden wenig fundierte Vorstellungen von natürlichen Zahlen oder des Stellenwertsystems mitbringen. Bei der Förderung sollte deshalb besonders darauf geachtet werden, inwieweit die Lernenden belastbare inhaltliche Vorstellungen zu Zahlen, Operationen und dem Stellenwertsystem aufgebaut haben. Als kritische Stellen werden diese Bereiche aus zwei Gründen bezeichnet: Erstens bilden sie mathematisch zentrale Aspekte im Stoffkanon der Grundschule und wesentliche Basis für die weiterführenden Inhalte der Sekundarstufe, zweitens zeigen Lernende in diesen Bereichen empirisch besondere Schwierigkeiten, die sie am Weiterlernen nachweislich hindern (Moser Opitz 2007). Gezielt thematisiert werden sie zum Beispiel in den systematisch entwickelten Förder- und Diagnosematerialien für eine ausgleichende fokussierte Förderung im Konzept ‚Mathe sicher können‘ (Selter et al. 2014).

Schmassmann (2009) geht davon aus, dass Schülerinnen und Schüler mit mathematischen Lernschwierigkeiten einen Leistungsrückstand von zwei bis vier Jahren haben und auch für die Erarbeitungen von Inhalten mehr Zeit benötigen. Eine möglichst weitgehende-, unterrichtsintegrierte Förderung ist so oft es geht anzustreben (Häsel-Weide & Nührenbörger 2013), wenn die Herausforderung gelingt, „den fehlenden und aktuellen Stoff aufgrund von fachlichen Zusammenhängen so zu kombinieren, dass sich der Lernrückstand verringern kann und der aktuelle Stoff wo immer möglich einbezogen wird“ (Schmassmann 2009, S. 171). Dazu soll im Mathematikunterricht eine Förderung in den Verstehensgrundlagen vernetzt mit den aktuellen Inhalten und ausgerichtet an zentralen Ideen erfolgen (Häsel-Weide, 2017). Zuweilen sind die Lücken jedoch so groß, dass eine ausgleichende Förderung auch zeitweise in Fördergruppen ausgelagert werden muss.

Beispiel 3 – Fokussierte ausgleichende Förderung im Übergang Grundschule – Sekundarschule: Die Böll-Schule arbeitet in ihrem Förderband mit jeweils 8 Kindern 3 Monate lang zweimal wöchentlich mit dem Förder- und Diagnosekonzept ‚Mathe sicher können‘ zum Zahl- und Operationsverständnis. Zwar gab es am Anfang Proteste, als sich die Förderstunde nicht mehr mit den aktuellen Hausaufgaben der Klasse 5 beschäftigte („Da brauchen wir die Hilfe doch am dringendsten“), sondern mit Inhalten aus Klasse 2 und 3 (Stellenwertverständnis mit Systemblöcken, Stellentafel und Zahlenstrahl), aber nach einigen Wochen merkten Eltern und Kinder, wie hilfreich die Aufarbeitung ist und dass die Förderung jetzt fachdidaktisch treffsicherer ist, als der aktuelle Reparaturbetrieb vorher. Den Einstieg in die Dezimalzahlen konnten die Kinder dann gut bewältigen.

In Primar- und Sekundarstufe sollte den Verstehensgrundlagen und kritischen Stellen im Unterricht durchgängig eine zentrale Bedeutung zugewiesen werden. Dies bedeutet zum Beispiel, sich nicht damit zufrieden zu geben, wenn leistungsschwächere Lernende Lösungen zählend am Material ermitteln. Schwerpunkt des Unterrichts und bei der Förderung muss auf Anregungen von Vorstellungen zu Zahlen und Operationen liegen. Dieser wird auch in der Sekundarstufe über geeignete Aktivitäten mit geeigneten Materialien und Veranschaulichungen aufgebaut, wobei nicht das Handeln mit Material wesentlich ist, sondern wie Lorenz (2013) treffend formuliert, das Nachdenken darüber.

Zusammenfassend lassen sich folgende zentrale Ideen als handlungsleitend für die Förderung bei Schwierigkeiten beim Mathematiklernen festhalten:

- Schwerpunkt auf die Verstehensgrundlagen legen
- Aufbau von Vorstellungen in den Mittelpunkt stellen, statt Fertigkeiten und Lösungen, auch beim Vertiefen prozessbezogener Kompetenzen
- Veranschaulichungen und Materialien als Gegenstände zum Nachdenken nutzen, anstelle als Hilfsmittel zur reinen Ergebnisermittlung.

3.2 Offene Förderung von mathematischen Potenzialen

Während im Hinblick auf Schwierigkeiten beim Mathematiklernen die treffsichere Fokussierung der kritischen Stellen wesentlich ist, geht es bei der Förderung mathematischer Potentiale darum, den mathematischen Blick aller Lernenden zu weiten und Vernetzungen anzuregen. Auch für die Diagnose ist ein ganzes Spektrum von Indikatoren für mathematische Potenziale zu erfassen und flexibel zu fördern, wie Tabelle 2 andeutet (aus Käpnick 2001).

Tabelle 2: Vielfältige Facetten von mathematischen Potenzialen (nach Käpnick 2001)

Mathematikspezifische Facetten von mathematischen Potenzialen	Allgemeine Persönlichkeitseigenschaften als Facetten von mathematischen Potenzialen
<ul style="list-style-type: none"> • Fähigkeit zum Speichern mathematischer Sachverhalte im Kurzzeitgedächtnis unter Nutzung erkannter mathematischer Strukturen, • mathematische Phantasie, • Fähigkeit im Strukturieren mathematischer Sachverhalte, • Fähigkeit im selbstständigen Transfer erkannter Strukturen, • Fähigkeit im selbstständigen Wechseln der Repräsentationsebenen und im selbstständigen Umkehren von Gedankengängen beim Bearbeiten mathematischer Aufgaben, • mathematische Sensibilität. 	<ul style="list-style-type: none"> • hohe geistige Aktivität, • intellektuelle Neugier, • Anstrengungsbereitschaft, • Freude am Problemlösen, • Konzentrationsfähigkeit, • Beharrlichkeit, • Selbstständigkeit, • Kooperationsfähigkeit.

Dazu werden für Schülerinnen und Schülern **mit mathematischen Potentialen** spezifische Angebote innerhalb oder außerhalb des regulären Mathematikunterrichts gemacht. Außerunterrichtlicher Förderung kann eine Selektionsdiagnostik zur Identifizierung von begabten Schülerinnen und Schülern vorausgehen (Bardy 2007). Viele Angebote sind jedoch aufgrund der Schwierigkeiten einer derartigen Diagnostik gerade bei jüngeren Kindern (Käpnick, Nolte & Walther 2005) für alle interessierten und begabten Lernenden offen. Ziel der Förderung sind der Erhalt der Freude am Umgang mit Zahlen, Formen und Strukturen, die Förderung problemlösenden Denkens, eine Bereicherung des üblichen Stoffkanons und die Stärkung der Persönlichkeitsentwicklung (Käpnick 2001).

Doch nicht nur Lernende mit Begabung, sondern die mathematischen Potentiale aller Lernenden müssen auch innerhalb des Regelunterrichts berücksichtigt werden. Dazu müssen „Freiräume für das Nutzen ihrer Vorkenntnisse, für das Ausprobieren eigener Wege und für das Entwickeln individueller Denk- und Arbeitsstile“ ermöglicht werden (Käpnick, Nolte & Walther 2005, S. 31), wofür reichhaltige, natürlich differenzierende Problemstellungen der richtige Ausgangspunkt sind.

Bei der unterrichtsintegrierten Förderung von leistungsstärkeren (nicht allein im engeren Sinne begabten) Lernenden steht für eine größere Gruppe von Lernenden das situationsbezogene Identifizieren und Stärken von vielleicht noch fragilen Potenzialen im Vordergrund (Leikin 2011). Die in Tabelle 2 aufgeführten Indikatoren von Begabung werden dann interpretiert als mögliche Aspekte, die situativ aufflammen und gestärkt werden sollten (Schnell & Prediger 2017).

Sowohl in Bezug auf bereits stabile Potenziale als auch fragileren, situativ aufflammenden Potenzialen spricht die Vielfalt möglicher Aspekte (vgl. Tabelle 2) dafür, weniger auf zuvor festgelegte fokussierte Förderung zu setzen, sondern ressourcenorientiert eine Offenheit zu bewahren für die Reichhaltigkeit und Vernetzung, die die Lernenden selbst anregen.

Beispiel 4 – Unterrichtsintegrierte Förderung noch fragiler Potenziale: Herr Aydin bearbeitet mit seiner Klasse immer wieder offene, natürlich differenzierende Probleme. Er erkennt in der Beobachtung der Arbeitsprozesse bei Ali und Lisa bemerkenswerten Fähigkeiten, die dahinterliegenden allgemeinen Strukturen zu erkennen und durch Wechsel in eigene graphische Darstellungen herauszuarbeiten. Lisa hat dennoch kein hohes mathematisches Selbstkonzept, deswegen gibt Herr Aydin ihr immer wieder positives und möglichst präzises Feedback: „Deine Zeichnungen sind klasse, du findest immer Wege, die wichtigsten Beziehungen darzustellen, stelle die gleich mal vor“. Ihr Selbstkonzept bessert sich zunehmend, und sie bringt ihre Ideen immer häufiger ins Klassengespräch ein. Ali hat tolle Ideen zur Strukturierung, aber kein Durchhaltevermögen, deswegen setzt ihn der Lehrer mit Paul zusammen, der zwar nicht kreativ ist, aber Probleme mit großer Beharrlichkeit durchdenkt. Zusammen entwickeln sie viel Freude und Erfolg am Problemlösen. Alle drei erhalten zu den Aufgabenstellungen jeweils vertiefende Anforderungen, um ihre mathematischen Potenziale weiter zu fördern, insbesondere im Hinblick auf allgemeine Strukturierungen.

Das Beispiel zeigt, wie offene Problemstellungen dann zur Förderung von mathematischen Potenzialen beitragen können, wenn die Lehrkraft sensibel und hinsichtlich vieler Aspekte beobachtet (informelle prozessbegleitende Diagnostik zu Selbstkonzept, Beharrlichkeit, Freude am Problemlösen, Strukturierung, Generalisierung, Repräsentationswechsel) und sowohl ressourcenfördernd, als auch kompensatorisch niederschwellig eingreift (zum Selbstkonzept und Beharrlichkeit).

3.3 Balance von Fokussierung und Offenheit – für alle Lernenden

Die Notwendigkeit der Fokussierung wurde in den vorangehenden Abschnitten in Bezug auf die Verstehensgrundlagen bei Schwierigkeiten beim Mathematiklernen diskutiert, die Notwendigkeit der Offenheit in Bezug auf mathematische Potentiale. Fokussierung und Offenheit sind dabei für alle Lernenden jeweils auszubalancieren, und wie diese Balance zu finden ist, hängt vor allem auch von den Unterrichtsphasen ab: In Einstiegs- und Erarbeitungsphasen liegt der Schwerpunkt eher bei offen angelegter Förderung der jeweiligen Ressourcen der Lernenden, in Systematisierungsphasen klar bei der Fokussierung auf die Grundlagen, in Übungs- und Wiederholungsphasen je nach Lernvoraussetzungen der Lernenden. Die phasengerechte Balance zwischen Offenheit und Fokussierung für alle Lernenden ermöglicht, mathematische Potenziale aller Lernender mit einigen Schwierigkeiten nicht zu übersehen und zu stärken, aber auch für Lernende mit Potentialen die kritischen Stellen fokussiert zu thematisieren.

4. Fokussierte Förderung braucht zielgerichtete Diagnose

Um eine Förderung bezogen auf die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler zu planen, muss die Lehrkraft wissen, über welche Kompetenzen die Lernenden verfügen – also eine Diagnose stellen. Bei der Feststellung der Lehr- und Lernprozesse sind mindestens theoretische Grundannahmen handlungsleitend, die danach unterschieden werden, ob sie auf curricularen Überlegungen oder auf Entwicklungsmodellen (mathematischen Lernens) basieren (Ricken & Fritz 2007). Dabei kann noch einmal unterschieden werden, ob die Lösungsprozesse oder die Produkte der Lernenden im Mittelpunkt der Diagnose stehen. Liegt der Fokus, wie etwa bei der Durchführung eines standardisierten Tests, auf den Produkten, also z. B. der Anzahl der richtigen Lösungen des Tests, erfüllt die Diagnose i.d.R. die Gütekriterien Objektivität und Reliabilität. Die Informationen über die mathematischen Kompetenzen der Lernenden bezüglich eines bestimmten Gegenstandes sind jedoch häufig gering, da zum einen die Aufgaben vorgegeben sind und nicht an den Lernstand angepasst werden können und zum anderen bei der Auswertung ausschließlich auf die Korrektheit des Ergebnisses geschaut wird (Moser Opitz & Nührenbörger 2015).

Beispiel 5 – Diagnose mit einem standardisierten Test

Frau Kohlhas hat eine dritte Klasse übernommen und stellt in den ersten Wochen im Mathematikunterricht fest, dass Joana große Schwierigkeiten beim Rechnen im Hunderterraum hat. Sie beobachtet, dass Joana viele Aufgaben mit Hilfe ihrer Finger zählend löst. Sie beschließt, der Sache auf den Grund zu gehen und führt mit Joana in einer Förderstunde den DEMAT 2 durch. Die Ergebnisse des standardisierten Tests zur Überprüfung der mathematischen Kompetenz in Bezug auf den Lehrplan bestätigen, dass Joana im Vergleich zur Normgruppe schwache Leistungen zeigt und in fast allen Testteilen sehr wenige Aufgaben richtig löst. Frau Kohlhas ist zunächst froh, dass sie richtig eingeschätzt hat, dass Joana große Schwierigkeiten hat. Sie beschließt vor der Erweiterung des Zahlenraums die Addition und Subtraktion im Hunderterraum zu wiederholen. Sie weiß, dass die Schwierigkeiten von Joana in der Operationsvorstellung oder im Zahlverständnis liegen könnten. Als sie darüber nachdenkt, wo sie ansetzen soll, stellt sie fest, dass der Test ihr keine Auskunft darüber gibt, wie Joana vorgeht, wenn sie die Aufgaben berechnet und welche Vorstellung sie von den Zahlen hat. Sie greift deshalb zu informativen Aufgaben, die die Lösungsprozesse berücksichtigen (Peter-Koop et al. 2007; Sundermann & Selter 2013).

Bei der Durchführung einer Diagnose ist es somit notwendig, das Diagnoseinstrument passend zum diagnostischen Ziel auszuwählen und passende Urteile zu bilden (vgl. Moser Opitz & Nührenbörger 2015 für einen Überblick zu Instrumenten und ihren Qualitätskriterien). Vor allem bei einer prozessorientierten Diagnose benötigen die Lehrkräfte fachdidaktische Deutungsfähigkeit (Girulat et al. 2013). Eine zielgerichtete Diagnose zeichnet sich somit durch folgende Qualitätsmerkmale aus:

- *Diagnostische Expertise:* Welche Diagnoseinstrumente sollten für welchen Zweck eingesetzt werden, welche Aussagen sind im Rahmen des Instruments möglich und wie werden passende Urteile gebildet?
- *Fachdidaktische Deutungsfähigkeit:* Welche Vorgehensweisen und Vorstellungen von Lernenden zeigen sich bei der Bearbeitung von Aufgaben?

Überlegungen zur passenden Auswahl von Verfahren und zur Notwendigkeit der passenden Urteilsbildung sind auch für den Mathematikunterricht vielfältig beschrieben (z.B. Ricken & Fritz 2007; Rottmann et al. 2015), deshalb legt dieser Beitrag den Fokus auf die fachdidaktische Deutungsfähigkeit, die für das Zusammenspiel von Förderung und Diagnose besonders wichtig ist.

Im Unterrichtsalltag und bei der prozessorientierten Diagnose müssen Lehrkräfte die Vorgehensweisen der Lernenden in den Dokumenten und Äußerungen identifizieren, in direkten Gespräch erkennen, welches Vorgehen, welche typische Strategie verwendet wird und daraus, mit Blick auf ihre fachdidaktische und fachliche Expertise, Schlüsse ziehen. Sie müssen also die Bearbeitung der diagnostischen Aufgabe deuten (Girulat et al. 2013; Wember 1998). Dies ist sowohl erforderlich im Rahmen eines diagnose-geleiteten Blicks auf den Unterricht (Häsel-Weide & Nührenbörger 2013) als auch bei der Durchführung von Interviews, der Analyse von Aufgabenbearbeitungen (in Klassenarbeiten) sowie in einigen standardisierten Testverfahren, bei denen neben dem Ergebnis auch der Prozess der Lösung erfasst wird.

Grundsätzlich gilt: Je offener und informativer die diagnostische Aufgabe gestellt ist, desto mehr Informationen können Lehrkräfte erhalten. Die einzelnen Aufgabenbearbeitungen können dabei stets unterschiedlich gedeutet werden, abhängig davon, welche Maßstäbe angelegt werden und welche diagnostischen Ziele verfolgt werden. Diese grundsätzliche Mehrdeutigkeit von Diagnosen lässt sich nicht auflösen, aber die Deutung lässt sich zielgerichtet durchführen, wenn bereits beim Stellen der Aufgaben darauf fokussiert wird, was das Ziel der Diagnose sein soll. Dies gilt insbesondere für unterrichtsnahe Diagnosen wie Lernstandserhebungen, begleitenden Lernprozessdiagnosen, aber auch bei qualitativen Lernstandserfassungen.

Grundlegend ist also darüber nachzudenken, welche Diagnoseaufgaben zu welchem Inhalt und welchem Zweck ausgewählt und mit Blick auf welche Kriterien die Prozesse beurteilt werden sollen. Fachdidaktische Deutungsfähigkeit zeichnet sich dadurch aus, hier treffsicher in Bezug auf die festgelegten

Diagnose- und Förderinhalte (vgl. Tabelle 1) zu planen und zu deuten (Girulat et al. 2013). Als fachdidaktisches Handwerkszeug ist dafür die Kenntnis eines breiten Repertoires an diagnostischen Aufgabenstellungen notwendig, die fokussiert auf das jeweils zuvor spezifizierte Zielen (Hußmann et al. 2007). Tabelle 3 zeigt exemplarisch einige bewährte diagnostische Aufgabenformate im Überblick (teilweise nach Hußmann et al. 2007). Die Breite des Repertoires auszuschöpfen, macht die Diagnosen vielfältiger als nur mit Standardaufgaben.

Tabelle 3: Aufgabenformate für zielgerichtete Diagnose

Was diagnostizieren?	Was daran diagnostizieren?	Beispiele zur Konkretisierung typischer Aufgabenformate
Inhaltliche Vorstellungen	Vorstellungen nutzen können zur Mathematisierung	<ul style="list-style-type: none"> • Gegeben ist eine Sachsituation ..., übersetze sie in einen Term. • Zu der Aufgabe $6 \cdot 5$ hat Noah die Geschichte erfunden: „Hanne kauft 6 Äpfel und 5 Bananen“. Passt die Rechengeschichte?
	Vorstellungen nutzen können zur Veranschaulichung	<ul style="list-style-type: none"> • Zeige die passende Materialhandlung zur Aufgabe $13 - 5$. • Erfinde eine Textaufgabe zu $f(x) = 13x - 5$. • Male Streifenbilder, um zu zeigen, dass zwei Brüche gleichwertig sind.
Begriffe	Konkretisierung / Abgrenzung des Begriffs	<ul style="list-style-type: none"> • Was bedeutet die 2 in der Zahl 325? • Gib Beispiele und Gegenbeispiele für ungerade Zahlen an. • Welche der folgenden Zusammenhänge sind proportional...?
	Explizite Formulierung des Begriffs	(in der Grundschule selten relevant) <ul style="list-style-type: none"> • Wie ist eine ungerade Zahl definiert? • Schreibe Eigenschaften auf, die lineare und proportionale Zusammenhänge gemeinsam haben, und solche, die nur proportionale haben.
	Bedeutung und Vernetzung des Begriffs	<ul style="list-style-type: none"> • Wie viele Hunderterplatten brauchst du, um einen Tausenderwürfel zu bauen? Erkläre damit, wie Hunderter und Tausender zusammenhängen. • „Lineare Funktionen sind immer auch proportional“ – wahr oder falsch? Berichtige ggf. und begründe. • Welche Rechenstrategien kannst du für lineare Zusammenhänge nutzen, welche nur für proportionale? Wie hängen sie zusammen?
Vorgehensweisen & Verfahren	Konkrete Durchführung	<ul style="list-style-type: none"> • Lege und rechne am Zwanzigerfeld $13 - 5$. • Berechne $71 - 49$ halbschriftlich. Finde mehrere Möglichkeiten.
	Explizite Formulierung der (eigenen) Vorgehensweisen	<ul style="list-style-type: none"> • Beschreibe, wie man $18 - 9$ berechnen kann. • Erläutere, wie man zu dem gegebenen Graphen der Funktion eine Wertetabelle erstellt.
	Fehlerhafte Vorgehensweisen erkennen und verändern	<ul style="list-style-type: none"> • Was hat Lisa hier falsch gemacht? Was könnte sie dabei gedacht haben, und wieso stimmt das nicht? $\frac{3}{4} + \frac{3}{2} = \frac{6}{6}$

608
- 213
415

5. Fazit

Auch wenn die Forderung nach Diagnose und Förderung omnipräsent ist, ist die Qualität ihrer Umsetzung im Mathematikunterricht abhängig davon, wie fachdidaktisch treffsicher Lehrkräfte Förder- und Diagnoseinhalte auswählen und passende Aufgabenformate und Instrumente einsetzen. Qualität entsteht dabei immer erst durch konsequentes Durchdenken der jeweiligen Themen und Heranziehung der fachdidaktischen themenspezifischen Hintergründe. Empirisch fundiertes Wissen über zentrale Vorstellungen, Darstellungen und Ideen sowie typische Hürden können Lehrkräfte besser konsequent nachlesen als selbst generieren. Dabei kann es hilfreich sein, Themen mit Blick auf Diagnose- und Förderpotenzial exemplarisch und möglichst konkret im Team zu erarbeiten. Die Grundidee einer fokussierten Förderung und dazu notwendigen Diagnose dagegen lässt sich auch themenübergreifend vermitteln.

Literatur

- Bardy, P. (2007). Mathematisch begabte Grundschul Kinder. Diagnostik und Förderung. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Gaidoschik, M. (2010). Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. Frankfurt: Peter Lang.
- Girulat, A., Nührenböcker, M. & Wember, F. B. (2013). Fachdidaktisch fundierte Reflexion von Diagnose und individueller Förderung im Unterrichtskontext. In: S. Hußmann & C. Selter (Hrsg.), Diagnose und individuelle Förderung in der MINT-Lehrerbildung (S. 150–166). Münster: Waxmann.
- Häsel-Weide, U. (2017). Inklusiven Mathematikunterricht gestalten. Anforderungen an die Lehrerbildung. In: J. Leuders, T. Leuders, S. Ruwisch & S. Prediger (Hrsg.), Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen – Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Häsel-Weide, U. & Nührenböcker, M. (2013). Fördern im Mathematikunterricht. In: H. Bartnitzky, U. Hecker & M. Lassek (Hrsg.), Individuell fördern – Kompetenzen stärken ab Klasse 3. Heft 2. Frankfurt a. M.: Arbeitskreis Grundschule e. V.
- Helmke, A. (2010). Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts. Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (2007). Schülerleistungen verstehen – Diagnose im Alltag. Praxis der Mathematik in der Schule, 49(15), 1–9.
- Ingenkamp, K. & Lissmann, U. (2005). Lehrbuch der Pädagogischen Diagnostik. Weinheim: Beltz.
- Käpnick, F. (2001). Mathe für kleine Asse. Handbuch für die Förderung mathematisch interessierter und begabter Dritt- und Viertklässler. Berlin: Volk und Wissen.
- Käpnick, F., Nolte, M. & Walther, G. (2005). Talente entdecken und unterstützen. SINUS-Transfer Grundschule Mathematik, Bd G5. Kiel: IPN.
- Leikin, R. (2011). The education of mathematically gifted students: Some complexities and questions. The Montana Mathematics Enthusiast, 8(1&2), 167–188.
- Leuders, T. & Prediger, S. (2016). Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Lorenz, J. H. (2013). Grundlagen der Förderung und Therapie. Wege und Irrwege. In: M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik (S. 181–193). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Moser Opitz, E. (2007). Rechenschwäche/Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. Bern: Haupt.
- Moser Opitz, E. (2010). Diagnose und Förderung: Aufgaben und Herausforderungen für die Mathematikdidaktik und die mathematikdidaktische Forschung. In: A. Lindmeier & S. Ufer (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 11–18). Münster: WTM.
- Moser Opitz, E. & Nührenböcker, M. (2015). Diagnostik und Leistungsbeurteilung. In: R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), Handbuch der Mathematikdidaktik (S. 489–510). Heidelberg: Springer.
- Peter-Koop, A., Wollring, B., Spindeler, B. & Grüßing, M. (2007). ElementarMathematisches BasisInterview. Offenburg: Mildenerger.
- Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In: A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe (S. 213–234). Weinheim: Beltz.
- Ricken, G. & Fritz, A. (2007). Gegenstandstheoretischer Konzepte als diagnostische Basis. In: J. Walter & F. B. Wember (Hrsg.), Sonderpädagogik des Lernens. Handbuch Sonderpädagogik. Bd. 2. (S. 184–206). Göttingen: Hogrefe.
- Rottmann, T., Streit-Lehmann, J. & Fricke, S. (2015). Mathematische Diagnostik in der Schuleingangsphase - ein Überblick über gängige Verfahren und Tests. In: A. Peter-Koop, T. Rottmann & M. M. Lüken (Hrsg.), Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule (S. 135–155). Offenburg: Mildenerger.
- Scherer, P. (1994). Fördern durch Fordern – Aktiv-entdeckende Lernformen im Mathematikunterricht der Schule fuer Lernbehinderte. Zeitschrift für Heilpädagogik, 45(11), 761–773.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Schmassmann, M. (2009). „Geht das hier ewig weiter?“ Dezimalbrüche, Größen, Runden und der Stellenwert. In: A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I (S. 167–185). Weinheim: Beltz.
- Schnell, S. & Prediger, S. (2017). Mathematics Enrichment for All – Noticing and enhancing mathematical potentials of underprivileged students as an issue of equity. Eurasia Journal of Math., Science & Technology Education, 13(1), 143–165.
- Schulgesetz für das Land Nordrhein-Westfalen (Schulgesetz NRW – SchulG) vom 15. Februar 2005 (GV. NRW. S. 102) zuletzt geändert durch Artikel 3 des Gesetzes vom 17. Juni 2014 (GV. NRW. S. 336).
- Selter, C., Prediger, S., Nührenböcker, M. & Hußmann, S. (Hrsg.) (2014). Mathe sicher können – Natürliche Zahlen. Förderbausteine und Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Berlin: Cornelsen. Teilweise online unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002.
- Sundermann, B. & Selter, C. (2013). Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen.
- Wember, F. B. (1998). Zweimal Dialektik: Diagnose und Intervention, Wissen und Intuition. Sonderpädagogik, 2, 108–120.
- Wember, F. B. (1999). Mathematik unterrichten – eine subsidiäre Aktivität? In: P. Scherer (Hrsg.), Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen. Fördern durch Fordern. Bd.1: Zwanzigerraum (S. 270–287). Leipzig: Klett.